



## Matemàtiques II

Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

### OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de  $m$  el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{array}{l} x + (m - 2) \cdot y + 2mz = 1, \\ 3x - y - 2z = 2, \\ x + z = 3. \end{array} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què  $m = 1$ .

(3 punts)

2. Determinau  $m$  perquè la recta  $\frac{x-1}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$  i el pla  $\pi : x + 2y + m \cdot z = 6$  formin un angle de 45 graus (6 punts) i calculau el punt d'intersecció entre la recta i el pla. (4 punts)

3. Considerau la funció  $f(x) = 2 \cdot e^{-(x-1)} + 4x$ . Calculau-ne els màxims i mínims relatius (4 punts), donau-ne els intervals de creixement i decreixement (3 punts) i demostra que  $f(x)$  és còncaua per a tot valor  $x$ . Entenem que una funció és còncaua en un punt  $x$  si  $f''(x) > 0$ . (3 punts)

4. Calculau la següent integral indefinida: (10 punts)

$$\int (x^2 + 1) \cdot \ln x \, dx.$$



## Matemàtiques II

Model 2

### OPCIÓ B

1. Sigui  $\mathbf{A}$  la matriu següent:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix},$$

on  $a$  és un valor real.

Calculau  $\mathbf{A}^2$ ,  $\mathbf{A}^3$  i  $\mathbf{A}^4$  (4 punts) i donau una fórmula general per a l'expressió de  $\mathbf{A}^n$ . (6 punts)

2. Determinau  $m$  perquè la recta  $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{m} = \frac{z+3}{3}$  sigui paral·lela al pla  $x + y - z = 5$  (5 punts) i calculau la distància entre ells. (5 punts)

3. De tots els rectangles de diagonal  $6\sqrt{2}$  cm, determinau el rectangle de perímetre màxim. (10 punts)

4. Considerem les funcions  $f(x) = x^3$  i  $g(x) = 3x^2 - 4$ . Feu un dibuix aproximat de les funcions anteriors per a  $x \in [-3, 3]$  (6 punts). Calculau l'àrea limitada per les gràfiques de les funcions anteriors. (4 punts)